

Bài 1. (4,0 điểm)

1) Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a \neq \pm b$ và $a^2 + 4ab - 7b^2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $A = \frac{2a-b}{a-b} + \frac{3a-2b}{a+b}$.

2) Cho các số thực x, y, z khác 0 thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2$ và $x + y + z = xyz$.

Chứng minh rằng $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2} = 2$.

Bài 2. (3,5 điểm)

1) Tìm x thỏa mãn đẳng thức

$$\frac{x+1}{x(x+2)} + \frac{x+6}{x^2+12x+35} = \frac{x+2}{x^2+4x+3} + \frac{x+5}{x^2+10x+24}.$$

2) Xác định hệ số a để dư thức trong phép chia đa thức $P(x) = 2x^2 + ax + 1$ cho đa thức $Q(x) = x - 3$ bằng 4.

Bài 3. (3,5 điểm)

1) Một nhóm bạn học sinh vào cửa hàng Văn phòng phẩm để mua đồ dùng học tập. Biết rằng mỗi bạn đều mua 5 quyển vở và 3 chiếc bút, khi thanh toán tổng số tiền các bạn phải trả là 147.000 đồng. Hỏi giá của mỗi quyển vở, mỗi chiếc bút là bao nhiêu? Biết rằng nhóm có nhiều hơn 5 bạn và số tiền mỗi quyển vở và mỗi chiếc bút đều là số nguyên dương theo đơn vị nghìn đồng.

2) Cho số nguyên tố $p = 4k + 3, k \in \mathbb{N}$. Chứng minh với các số nguyên a, b, c bất kỳ, trong đó b không chia hết cho p , ta luôn có $ap^2 + b(c^2 + 1)p$ không là số chính phương.

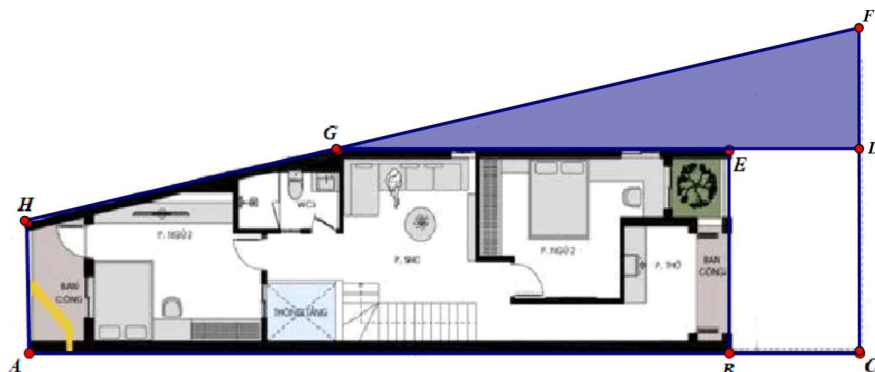
Bài 4. (7,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC nhọn, không cân, các đường cao AD, BE, CF . Gọi D_1, D_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của D trên AC, AB ; E_1, E_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của E trên AB, BC ; F_1, F_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của F trên BC, AC .

a) Chứng minh $D_2F_1 \parallel AC$ và các đường thẳng EF_1, FE_2, D_1D_2 đồng quy.

b) Gọi X là giao điểm của D_1D_2 và BC, Y là giao điểm của E_1E_2 và AC, Z là giao điểm của F_1F_2 và AB . Chứng minh X, Y, Z thẳng hàng.

2) Hình dưới là bản thiết kế của ngôi nhà, trên nền đất là hình thang $ACFH$ có góc A, C vuông. Phần hình chữ nhật $BCDE$ để làm sân, phần ngũ giác $ABEGH$ để làm nhà, phần còn lại để làm hồ cá koi. Biết rằng $AC = 36m, HG = 13m, HA = 6m, EB = 11m$, giá thi công hồ cá koi là $2.500.000\text{đồng}/1m^2$. Tính số tiền cần để thi công hồ cá koi.



Bài 5. (2,0 điểm)

1) Cho $x, y > 0$ thỏa mãn $x + 2y \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$H = x^2 + 2y^2 + \frac{1}{x} + \frac{24}{y}.$$

2) Trong nhóm có 9 người, một số người quen biết nhau. Biết rằng nếu chọn ra 3 người thì luôn có 2 người quen nhau. Chứng minh tồn tại 4 người mà 4 người này đôi một quen nhau.

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ ký của GT 1:..... Họ, tên và chữ ký của GT 2:.....